

ZgSp/16.08.2017/15.12.2017/09

PaedDr. Ľubica Gerová, PhD.

Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, Slovenská republika

Pedagogická fakulta

Katedra elementárnej a predškolskej pedagogiky

ROZVÍJANIE PRIESTOROVEJ PREDSTAVIVOSTI AKO ZÁKLAD PRE TECHNICKÉ VZDELÁVANIE

Abstrakt

Stereometria je na Slovensku v predmete matematika slabšie zastúpená na každom stupni vzdelávania. No priestorová predstavivosť je potrebná pre človeka tak v bežnom živote, ako aj špeciálne v profesiách technického zamerania. Článok poukazuje na možnosti práce budúceho učiteľa s matematickými úlohami rozvíjajúcimi priestorovú predstavivosť v predprimárnom a v primárnom vzdelávaní. Toto obdobie je podstatné pre rozvíjanie sa kompetencie priestorového videnia detí, ale aj jeho učiteľa. K tomu často stačí použiť jednoduchú učebnú pomôcku – kocky, ktorá je všetkým riešiteľom ľahko dostupná.

Kľúčové slová: geometria • technické vzdelávanie • kompetencia • priestorová predstavivosť • kocka • učiteľ • predprimárne a primárne vzdelávanie

DEVELOPING OF SPATIAL IMAGINATION AS A BASIS FOR TECHNICAL EDUCATION

Abstract

Spatial geometry is less represented in mathematics at every level of education in Slovakia. However, spatial imagination is essential for people both, in everyday life and in technological careers. The article is devoted to the ideas future teachers may use to help children cope with mathematical problems. They contribute to the improvement of spatial imagination in pre-school and primary school children as these periods are crucial for the development of their spatial sense. Simple and easily accessible teaching aids – the cubes – can be effectively used for this purpose.

Keywords: geometry • technical education • competence • spatial imagination • cube • teacher • pre-primary and primary education

ROZWIJANIE ORIENTACJI PRZESTRZENNEJ JAKO PODSTAWA DO EDUKACJI TECHNICZNEJ

Streszczenie

Na Słowacji, na każdym poziomie edukacji, geometria jako dział matematyki, zbyt rzadko występuje w programach nauczania, mimo, że wyobraźnia przestrzenna jest każdemu potrzebna, zarówno w codziennym życiu, jak i w pracy zawodowej o specjalizacji technicznej. W artykule przedstawiono możliwości wykorzystania w pracy przyszłego nauczyciela, zadań, które rozwijają wyobraźnię przestrzenną w edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej. Okres ten ma zasadnicze znaczenie nie tylko dla rozwoju kompetencji dzieci w zakresie wizji przestrzennej, ale także dla rozwoju kompetencji nauczyciela. Prosta pomoc dydaktyczna – klocki – są łatwe do zastosowania w tym celu, a dodatkowo są dostępne dla wszystkich solverów.

Słowa kluczowe: geometria • techniczne przygotowanie • kompetencja • wyobraźnia przestrzenna • sześcian • nauczyciel • edukacja przedszkolna i wczesnoszkolna

Úvod

V Slovenskej republike sa vo vekovej kategórii žiakov, ktorí absolvovali primárne a sekundárne vzdelávanie, konajú národné

a medzinárodné testovania z matematiky. Národné testovanie sa uskutočnilo u žiakov na začiatku 5. ročníka v rokoch 2014, 2015, a 2016. Cieľom bolo monitorovať úroveň vedomostí a zručností žiakov, získať objektívne informácie o ich výkone pri vstupe na 2. stupeň základnej školy a poskytnúť spätnú väzbu školám o pripravenosti žiakov na prechod z primárneho na sekundárny vzdelávací stupeň. Rozsah učiva je v súlade s pedagogickým dokumentom - Štátnym vzdelávacím programom (ISCED 1). Priemerná úspešnosť žiakov je vyjadrená v tabuľke 1. V tematickej oblasti Geometria a meranie dosahujú žiaci nízku priemernú úspešnosť. Testovanie v 9. ročníku základnej školy sa koná každý rok od roku 2005. V tabuľke 1 sú výsledky posledných štyroch rokov. Priemerná úspešnosť je rovnako nízka.

Tabuľka 1. Národné testovanie v 5. a 9. ročníku základnej školy (%)

	2014		2015		2016		2017	
	M	G	M	G	M	G	M	G
5. ročník	55,9	52,7	62,0	51,8	62,3	58,1	–	
9. ročník	54,6	–	52,7	–	52,8	42,5	56,4	51,0

Legenda: M – predmet Matematika, G – oblasť Geometria a meranie

V medzinárodnom testovaní TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) bola Slovenská republika zapojená do medzinárodnej komparatívnej štúdie v kategórii žiakov 4. ročníka základnej školy v rokoch 2007, 2011 a 2015. Počas troch cyklov sa výsledky žiakov významne nemenili. Boli signifikantne nižšie v porovnaní s priemerným výsledkom krajín EÚ/OECD. Približne 31% žiakov tvorí skupinu s nízkou úrovňou výkonu a skupinu nedosahujúcich ani nízku úroveň výkonu. 15-roční žiaci absolvovali testovanie matematickej gramotnosti v rámci PISA (Program for International Students Assessment) v r. 2003, 2006, 2009, 2012 a 2015. Ich dosiahnuté výsledky boli tiež na priemernej resp. podpriemernej úrovni. (NÚCEM, 2017)

Tieto výkony žiakov boli dosiahnuté najmä po uskutočnení reformy vzdelávania v r. 2008. Nízka úroveň matematických poznatkov a zručností žiakov ovplyvňuje ich voľbu budúcej profesie. O profesie technického zamerania, ktoré si vyžadujú relevantné geometrické poznatky a zručnosti, rozvinutú kompetenciu priestorovej predstavivosti, nie je veľký záujem. Preto je potrebné posilniť v edukačnom prostredí manuálnu manipuláciu s modelmi geometrických útvarov na každom stupni vzdelávania, aby obavy z geometrie boli čo najmenšie. Podstatný je už predškolský vek dieťaťa. S ním súvisí prvá z piatich úrovní geometrického myslenia, ktoré charakterizoval dánsky matematik P. M. van Hiele (Žilková, 2013), **vizuálna** (vek 5 – 7 rokov). Deti skúmajú geometrické útvary ako celky a rozlišujú ich podľa svojho tvaru. Druhá úroveň, **analytická**, súvisí s vekom 8 – 10 rokov. V nej ide o analýzu tvarov, na základe ktorej sa vyčleňujú ich charakteristické vlastnosti. Podľa nich sa geometrické útvary rozlišujú, popisujú i definujú. Pre sekundárne vzdelávanie je príznačná **abstrakčná** úroveň s logickým usporiadaním vlastností útvarov, pre budúceho učiteľa **dedukčná a axiomatická** úroveň s realizovaním jednoduchých dôkazov, pochopením významu axióm a definícií v Euklidovskej geometrii.

Vzhľadom na veľký rozvoj techniky, technológií a rozširovanie robotizácie vo svete stále bude potrebná i kompetencia priestorovej predstavivosti. Jej cieľavedomé rozvíjanie je preto naďalej nutné na všetkých stupňoch školského vzdelávania. Tomu je potrebné prispôsobiť obsah i rozsah geometrie v matematickom vzdelávaní. Je predpoklad, že potom sa zmenia aj postoje žiakov a ich prístupy k technickému vzdelávaniu.

Technické vzdelávanie

Pre **technické vzdelávanie** sú potrebné geometrické poznatky, zručnosti a schopnosť priestorovej i rovinnej orientácie a predstavivosti. Modelovanie geometrických útvarov, ich zobrazovanie (kreslenie, rysovanie), umiestňovanie v priestore, riešenie

šstandardných i nešstandardných matematických úloh zameraných na určovanie obsahov, povrchov a objemov útvarov podporuje rozvíjanie technických kompetencií žiakov. Tie sa v primárnom vzdelávaní rozvíjajú v rámci predmetu Pracovné vyučovanie, no proces je celoživotný. Sú zamerané najmä na prípravu, návrh a zhotovenie jednoduchých objektov z rôznych materiálov. Jednoduchým prostriedkom v tomto procese sú kocky, pretože ich deti vnímajú už v útlom veku, a teda sú výhodiskom k náročnejším činnostiam.

Technická výchova a vzdelávanie sú základným pilierom rozvíjania nielen pracovno-technických zručností, logického, kreatívneho, kritického a hodnotiaceho myslenia, ale hlavne bázou technickej gramotnosti mladej generácie, ktorú je potrebné pripraviť na plnohodnotný profesijný a efektívny život v novej progredujúcej spoločnosti. (Európska komisia, 2007)

Podľa Huľovej (2017) kompetencie vo vede a technike tvoria súbor schopností, „umožňujú ochotne používať vedomosti na objasňovanie a vysvetľovanie javov prirodzeného sveta s cieľom vedieť klásť otázky, ..., vyvodzovať závery a dokladovať dôkazy“. Dôležité je chápanie vplyvu vedy a techniky na svet, ktorý žiakov obklopuje. Nadobudnuté a osvojené zručnosti žiakov zahŕňajú ich schopnosť používať a správne zaobchádzať s technickými nástrojmi, prístrojmi, vedeckými údajmi tak, aby sa jednoduchšie dosahovali ciele, prijímali rozhodnutia, či vyvodzovali závery podložené dôkazmi.

V predmete **Pracovné vyučovanie** v 4. ročníku základnej školy sa uplatnenie priestorovej predstavivosti žiakov vyžaduje najmä v troch tematických celkoch, a to: *Základy konštruovania*, *Tvorivé využitie technických materiálov* a *Ľudové tradície a remeslá*. Obsahom Základov konštruovania sú konštrukcie zo stavebníc, zhotovenie výrobkov – hračiek, čo vyžaduje od žiakov aj vyhotovenie technických náčrtov, nákresov a opis týchto konštrukcií. V Tvorivom využití technických materiálov žiaci zhotovujú produkty s využitím rôzneho materiálu (kartón, papier, drôt, plasty, drevo), pričom uplatňujú trhanie, skladanie, lepenie a strihanie. V tematickom celku Ľudové tradície a remeslá žiaci modelujú s hlinou, pracujú s textilom a zhotovujú produkty

s rôznymi ozdobami. Vzhľadom na obsah uvedených tematických celkov by mal predmet Matematika poskytnúť žiakom také matematické zručnosti a kompetencie, ktorých uplatnenie im umožní bez problémov plniť ciele technického vzdelávania. Práve preto je dôležité riešenie matematických úloh rozvíjajúcich priestorovú predstavivosť a orientácia budúceho učiteľa v úlohách daného zamerania.

Kocky vo vyučovaní matematiky

Kocka dominuje v školskom procese rozvíjania priestorových predstáv. Predškoláci sa s ňou stretávajú v konštrukčných i spoločenských hrách. Kocky sú vytvorené z rôznych materiálov v rôznych veľkostiach a farbách. Spojenie zážitkov dieťaťa pri hrách s rozvíjaním jeho priestorovej predstavivosti a získavaním skúseností je pre dieťa podstatné. Je to základ jeho budúcej úspešnosti v školskej geometrii. Úlohou učiteľa je, aby zámerne volil rôznorodé geometrické úlohy rôznej náročnosti s manuálnou manipuláciou.

Hra dieťaťa so stavebnicou rozvíja jeho vnímanie, pamäť, reč, myslenie, predstavivosť, pozornosť, vytrvalosť, jemnú motoriku. Vníma tvary, ich usporiadanie, farby, ale i obrazy stavieb v dvoj a trojrozmernom priestore. Tieto faktory sa rozvíjajú už pri jednej z prvých stavebníc, ktoré dieťa dostáva, a to sú *drevené rozprávkové kocky* (obrázok 1.). Cieľom je poskladať obrázok (6 možností). Už pri tejto činnosti dieťa pracuje s obrázkom v rovine (stenami kociek). Pre vyhľadanie správnych stien kociek musí kocku otáčať, preklápať, presúvať, čo mu pomáha v rozvíjaní jeho priestorovej predstavivosti. Zároveň sa učí komentovať svoj postup, komunikovať a argumentovať.

Nasledujúce úlohy sú námetom pre prácu budúceho učiteľa, aby si uvedomil, že môže mnoho dosiahnuť aj s jednoduchou učebnou pomôckou pri plnení kognitívnych cieľov a rozvíjaní matematických kompetencií. Predpokladom toho sú jeho odborné a didaktické poznatky a zručnosti, rozvinutá schopnosť vlastnej priestorovej orientácie. V úlohách 1. – 5. sú použité kocky, z ktorých každá je jednofarebná - modrá, červená, žltá, alebo zelená, ide o základné farby. (Poznámka: V tomto článku sú far-

by vzhľadom na tlač nahradené rozpätím farieb biela až čierna.) V každej úlohe sa vyžaduje praktická manipulácia s kockami (žiaka i učiteľa).

Obrázok 1. Krtko

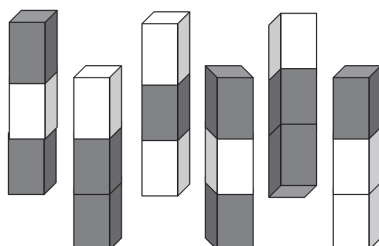


Zdroj: www.alza.sk.

Študent učiteľstva by mal vedieť posúdiť navzájom úlohy 1. – 3. a poznať rozdiely medzi nimi. V úlohe 1. sú všetky veže vzhľadom na tvar rovnaké (kváder z troch kociek umiestnených za sebou tak, že sa susedné kocky dotýkajú celou stenou). Pri pohľade na modely veží ich vnímame rovnako zo všetkých strán. Pri pohľade na obrázky veží je rozdiel v ich znázornení (nadhľad sprava, nadhľad zľava, podhľad zľava). Ak by sa učiteľ rozhodol zadať úlohu prostredníctvom obrázkov, úloha sa bude vyznačovať vyššou náročnosťou vzhľadom na menej používané pohľady na telesá. V školskej učebnicovej literatúre sa často uprednostňuje nadhľad sprava. O správnom riešení úlohy bude rozhodovať umiestnenie farieb. Identifikácia rovnakých veží je uľahčená vertikálnym otočením veže (druhá a piata v poradí zľava). Úloha je divergentná, ponúka viac správnych možností (dve). Zámerne sú farby niektorých veží usporiadané inverzne (ako negatív). Dieťa – riešiteľ musí odhaliť prvok „je rovnaká“.

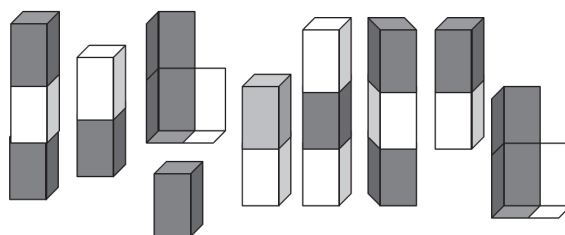
Úloha 1. Vyhľadajte veže, ktoré sú rovnaké. (Poznámka: Je použitá modrá a žltá farba kociek.)

Obrázok 2. Veže



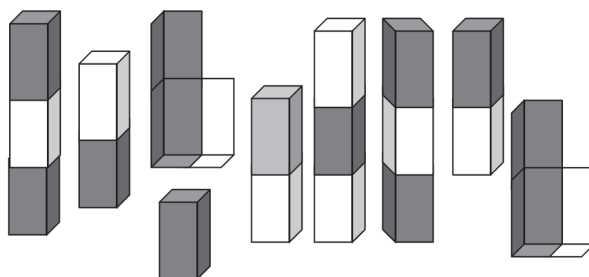
V úlohe 2., v porovnaní s predchádzajúcou úlohou, študent musí objaviť rozdiely vo väčšom počte stavieb, v rôznom počte kociek v stavbách, v rôznom tvare stavieb z rovnakého počtu kociek, vo väčšom počte použitých farieb, vo vertikálnom otočení jednej stavby voči druhej (rovnakej), vo väčšom počte rovnakých stavieb (dvojice, trojice). To sú prvky, ktoré berie do úvahy pri tvorbe úlohy. Inštrukcia v úlohe je však jednoduchá, orientovaná len na zhodnosť tvarov. V úlohe 3. inštrukcia vyžaduje splnenie troch podmienok (tvar, farba, umiestnenie farieb).

Obrázok 3. Stavby 1



Úloha 2. Vyhľadajte stavby, ktoré majú rovnaký tvar. (Poznámka: Je použitá modrá, žltá a červená farba.)

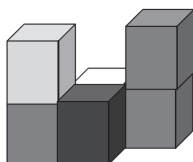
Úloha 3. Vyhľadajte stavby, ktoré majú rovnaký tvar i farbu. (Poznámka: Je použitá modrá, žltá a červená farba.)

Obrázok 4. Stavby 2

Úloha 4. je zameraná na stavbu modelu domu podľa inštrukcií a využitie tohto modelu k ďalším úlohám. Podstatné je, aby budúci učiteľ dokázal tvoriť k modelu otázky rôznych druhov a vytvoril ich čo najviac, aby model domu efektívne využil.

Úloha 4. Prikladajte kocky k sebe tak, aby sa susedné kocky dotýkali celou stenou.

1. Polož pred seba modrú kocku.
2. Naľavo od nej polož červenú kocku.
3. Na červenú kocku polož zelenú kocku.
4. Za modrú kocku polož žltú kocku.
5. Vpravo od žltej kocky polož dve červené kocky uložené na seba.

Obrázok 5. Dom

Riešenie – otázky:

Z koľkých kociek je postavený dom? (6)

Koľko má poschodí? (1)

Koľko má podlaží? (2)

Ktoré kocky sú na 2. podlaží? (zelená, červená)

Koľko farieb bolo použitých pri stavbe? (4)

Koľko zelených kociek bolo použitých pri stavbe? (1)

Kociek ktorej farby bolo najviac použitých? (červená)

Akej farby je kocka, ktorá je pred žltou kockou? (modrá)

Ktorá kocka je pod zelenou kockou? (červená)

Ktorých kociek sa dotýka modrá kocka? (červená, žltá)
 Ktoré kocky sa dotýkajú len jednou stenou? (zelená, červená v 2. podlaží)
 Akým najväčším počtom stien sa kocky dotýkajú? (2)
 Ako sa môžeme opýtať na žltú kocku? (Ktorá kocka je za modrou kockou? Ktorá kocka je vľavo od červenej kocky?)
 Ktoré kocky vidíte spredu? (tri červené, zelená, modrá)
 Ktorú kocku nevidíte spredu? (žltá)
 Vymyslite iné otázky!

Úlohy 1.–4. rozvíjajú jednotlivé matematické kompetencie:

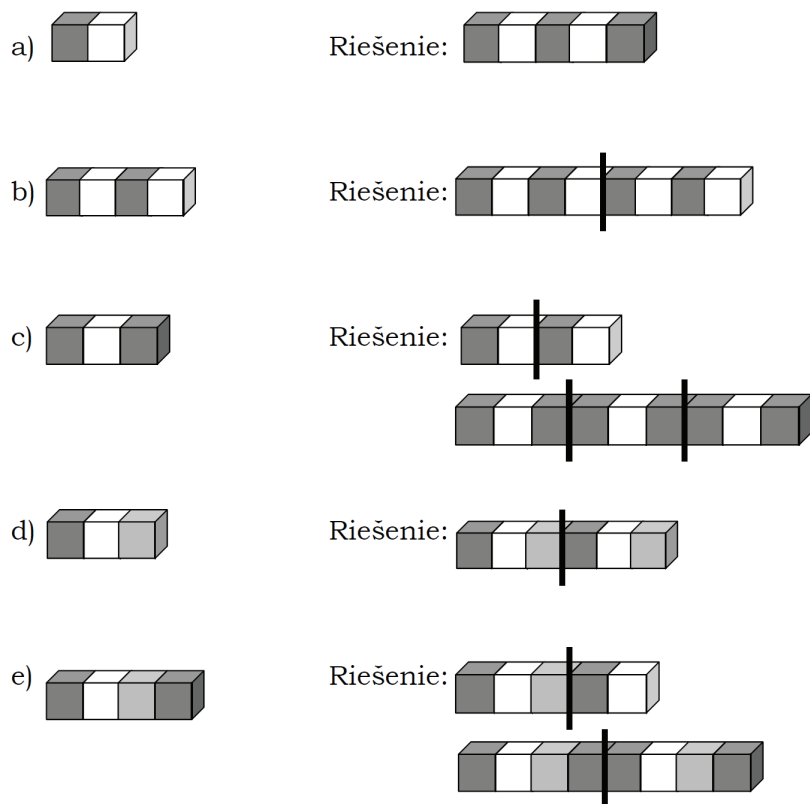
- myslenie na úrovni reprodukcie, prepojenia i reflexie,
- matematickú komunikáciu na úrovni prepojenia,
- matematickú argumentáciu na reprodukčnej úrovni,
- vymedzenie problému a jeho riešenie na úrovni prepojenia,
- reprezentáciu na úrovni reprodukcie.

Dimenzia poznania zahŕňa konceptuálne i procedurálne poznatky. Riešiteľskou stratégiou je modelovanie.

Farebné kocky možno efektívne použiť i pri hľadaní vzoru – modelu (periódy) v danom rade kociek. Častokrát nemá úloha len jedno riešenie, ale aj učiteľ v praxi ich niekedy viac neodhalí. Poukazuje na to úloha 5. Vzhľad modelu často vedie k zjednodušenému pohľadu v pokračovaní vzoru. Napr. model v zadaní a) vnímame ako striedanie šedej a bielej kocky. Vyvodíme z toho naďalej rovnaké pokračovanie. Podobne v b). Ak by sme brali do úvahy „periódu“ štvorkocky, nemalo by to vplyv na výsledok riešenia. V c) však už sú možné dva rôzne výsledky. Podobná situácia je pri stavbách s väčším počtom farieb.

Ide o riešenie aplikačných úloh a úloh rozvíjajúcich špecifické matematické myslenie, v ktorých je potrebné logicky doplniť kocky podľa určených pravidiel. Cieľom je, aby žiak zistil a sformuloval jednoduché pravidlo vytvárania postupnosti kociek a vedel domodelovať rad kociek podľa danej postupnosti.

Úloha 5. Pozorujte a pokračujte.

Obrázok 6. Perióda stavieb

Cez úlohy 1.–5. žiaci v rámci technického vzdelávania spoznávajú základný materiál kociek; uvedomujú si, že umiestňovaním a prikladaním ďalších kociek do stavby sa mení jej tvar, transformuje sa podľa potreby; učia sa poznávať algoritmus konštrukcie objektu; poznávajú, že pri návrhu stavieb je dôležité vnímať ich spoločné a odlišné vlastnosti.

Záver

Viac konštrukčných aktivít s kockami sa realizuje v predprimárnom a menej v primárnom vzdelávaní na hodinách matematiky. Preto pri vzdelávaní budúcich učiteľov, ktorí budú učiť matematiku na primárnom stupni vzdelávania, treba dávať dôraz na úlohy a činnosti so zámerným podnecovaním priestorovej predstavivosti žiakov v každom ročníku. Tí istí študenti budú vyučovať i predmet Pracovné vyučovanie, takže modelovanie, ten-

to krátko technické, spojené s pozorovaním je podstatné v ich príprave. Relevantné je zmysluplne prepájať matematickú a technickú gramotnosť žiakov na každom stupni vzdelávania i ich budúcich učiteľov vo vysokoškolskej príprave. Uvedené matematické úlohy podporili v Pracovnom vyučovaní tematický celok Základy konštruovania (stavba a jej vzhľad) a ľudové tradície a remeslá (pravidelnosť vzorov).

Literatúra

1. *DREVENÉ KOCKY KRTKO A VTÁČIK*. 2017. [online]. Bratislava: internetový obchod, 2017. [cit. 2017-06-20]. Dostupné na: <<https://www.alza.sk/hracky/dino-drevene-kocky-kubus-krtko-a-vtacik-d248391.htm>>.
2. *EURÓPSKA KOMISIA*. 2007. Kľúčové kompetencie pre celoživotné vzdelávanie -európsky referenčný rámec. [online]. Luxemburg: Úrad pre vydávanie úradných publikácií Európskych spoločností, 2007. 12 s. [cit. 2015-09-20]. Dostupné na: <http://katchem.truni.sk/prilohy/TPSV/KK_pre_CV.pdf>.
3. HUĽOVÁ, Z. 2017. Technické vzdelávanie a postoje učiteľov k obsahu pracovného vyučovania vo 4. ročníku na primárnom stupni školy. In *Dizertačná práca*. Banská Bystrica: Pedagogická fakulta, 2017.
4. KLINDOVÁ, Ľ. – RYBÁROVÁ, E. 1974. *Vývojová psychologie*. Praha: SPN, 1974. 160 s.
5. *NÁRODNÉ A MEDZINÁRODNÉ MERANIA*. 2017. [online]. Bratislava: NÚCEM, 2017. [cit. 2017-06-18]. Dostupné na: <<http://www.nucem.sk>>.
6. *ŠTÁTNY VZDELÁVACÍ PROGRAM PRE PREDPRIMÁRNE VZDELÁVANIE V MATERSKÝCH ŠKOLÁCH*. [online]. Bratislava: ŠPÚ, 2016. [cit. 2017-03-18]. Dostupné na: <<http://www.statpedu.sk/clanky/statny-vzdelavaci-program/svp-pre-materske-skoly>>.
7. *ŠTÁTNY VZDELÁVACÍ PROGRAM - PRIMÁRNE VZDELÁVANIE – 1. STUPEŇ ZÁKLADNEJ ŠKOLY*. [online]. Bratislava: ŠPÚ, 2016. [cit. 2017-03-18]. Dostupné na: <http://www.statpedu.sk/sites/default/files/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/matematika_pv_2014.pdf>.
8. ŽILKOVÁ, K. 2013. Teória a prax geometrických manipulácií v primárnom vzdelávaní. Praha: Powerprint, 2013. s. 115. ISBN 978-80-87415-84-9.